

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА. ТЕСТЫ

Л. В. Горина, г. Михайловск, Свердловская обл.

Уважаемые коллеги! Предлагаю тесты для контроля знаний обучающихся по темам «Логарифмические уравнения» и «Логарифмические неравенства».

Комплект тестов для каждой темы состоит из 5 вариантов. Каждый тест состоит из трёх частей: А, В и С.

Часть А содержит задания базового уровня сложности (с выбором ответа), соответствующие минимуму содержания данной темы и обеспе-

чивающие достаточную полноту проверки овладения соответствующим материалом. При выполнении этих заданий от учащихся требуется применить свои знания в знакомой ситуации.

Часть В (задания с кратким ответом) и часть С (задания с подробным решением) содержат задания повышенного уровня сложности, при решении которых требуется применить знания в изменённой ситуации, используя при этом известные методы.

Тема. Логарифмические уравнения

Вариант 1

Часть А

- A1. Укажите сумму корней уравнения

$$\log_7(x^2 - 2x - 8) = 1$$

или корень, если он единственный.

- 1) -4; 2) 5; 3) 2; 4) 4.
- A2. Решите уравнение $\log_3(2x+1) - 1 = \log_3 13$.
- 1) 8; 2) 2,5; 3) 17; 4) 19.
- A3. Укажите произведение корней уравнения
- $$\log_2(x-1) + \log_2 x = 1$$
- или корень, если он единственный.
- 1) -2; 2) 2; 3) -3; 4) 1.
- A4. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения $\log_5(9x-5) = \log_5(x^2-5)$.
- 1) (0;9); 2) (-1;3); 3) (-2;3); 4) (1;10).

Часть В

- B1. Найдите сумму корней уравнения

$$\log_3 x - 1 = \log_3 2 - \log_3(x-1)$$

или корень, если он единственный.

- B2. Укажите целое число, соседствующее справа с корнем уравнения

$$\log_2 \log_3 \log_{\frac{1}{2}}(4-x) = 0.$$

- B3. Найдите произведение корней уравнения

$$x^{1+\lg x} = 100$$

или корень, если он единственный.

Часть С

- C1. Решите уравнение $\log_{x+4}(2x^2 + 7x + 4) = 2$.
- C2. Решите уравнение $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$.
- C3. Решите уравнение $x^{9\lg^3 x - 13\lg x} = 0,0001$.

Тема. Логарифмические уравнения

Вариант 2

Часть А

- A1. Укажите сумму корней уравнения

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 4x - 5) = -4$$

или корень, если он единственный.

- 1) -4; 2) 5; 3) 2; 4) 4.
- A2. Решите уравнение $\log_2(2x+1) - 1 = \log_2 3$.
- 1) 8; 2) 2,5; 3) 17; 4) 19.
- A3. Укажите произведение корней уравнения
- $$\log_3(x+2) + \log_3 x = 1$$
- или корень, если он единственный.
- 1) -2; 2) 2; 3) -3; 4) 1.
- A4. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения $\log_4(x^2-2) = \log_4(5x-2)$.
- 1) (-1;3); 2) (1;2); 3) (2;6); 4) (0;5).

Часть В

- B1. Найдите сумму корней уравнения

$$\lg(x-1) - \lg(x-2) = \lg 8 - \lg(x+1)$$

или корень, если он единственный.

- B2. Укажите целое число, соседствующее справа с корнем уравнения

$$\log_5 \log_2 \log_{\frac{1}{3}}(x+2) = 0.$$

- B3. Найдите произведение корней уравнения

$$x^{1-\lg x} = 0,01$$

или корень, если он единственный.

Часть С

- C1. Решите уравнение $\log_{2x+3}(2x^2 + 11x + 10) = 2$.
- C2. Решите уравнение $\log_7(7^{-x} + 6) = x + 1$.
- C3. Решите уравнение $x^{\lg^3 x - 4,125\lg x} = (\sqrt{10})^{-1}$.

Тема. Логарифмические уравнения**Вариант 3****Часть А**

- A1. Укажите сумму корней уравнения

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 6) = -1$$

или корень, если он единственный.

- 1) -4; 2) 5; 3) 2; 4) 4.
- A2. Решите уравнение $\lg(x+3) - 1 = \lg 2$.
- 1) 8; 2) 2,5; 3) 17; 4) 19.
- A3. Укажите произведение корней уравнения
- $$\log_2(x+1) + \log_2 x = 1$$
- или корень, если он единственный.
- 1) -2; 2) 2; 3) -3; 4) 1.
- A4. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения $\log_8(6x-3) = \log_8(x^2-3)$.
- 1) (-1;3); 2) (1;2); 3) (2;7); 4) (0;6).

Часть В

- B1. Найдите сумму корней уравнения

$$\log_2(x-1) + 1 = -\log_2(x-0,5)$$

или корень, если он единственный.

- B2. Укажите целое число, соседствующее справа с корнем уравнения

$$\log_7 \log_2 \log_{\frac{1}{2}}(3-x) = 0.$$

- B3. Найдите произведение корней уравнения

$$x^{\lg x - 2} = 1000$$

или корень, если он единственный.

Часть С

- C1. Решите уравнение
- $\log_{x+3}(2x^2 + 3x - 1) = 2$
- .

- C2. Решите уравнение
- $\log_2(2^x - 7) = 3 - x$
- .

- C3. Решите уравнение
- $x^{\lg^2 x - 1,5 \lg x} = \sqrt{0,1}$
- .

Тема. Логарифмические уравнения**Вариант 4****Часть А**

- A1. Укажите сумму корней уравнения

$$\log_2(x^2 - 4x + 4) = 4$$

или корень, если он единственный.

- 1) -4; 2) 5; 3) 2; 4) 4.
- A2. Решите уравнение $\log_2(7x-4) - 2 = \log_2 13$.
- 1) 8; 2) 2,5; 3) 17; 4) 19.
- A3. Укажите произведение корней уравнения
- $$\lg(x-3) + \lg x = 1$$
- или корень, если он единственный.
- 1) -2; 2) 5; 3) 3; 4) 1.
- A4. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения $\log_6(x^2-4) = \log_6(3x-4)$.
- 1) (1;4); 2) (1;2); 3) (-2;3); 4) (0;3).

Часть В

- B1. Найдите сумму корней уравнения

$$\log_3(3-x) + 1 = \log_3 6 - \log_3(2-x)$$

или корень, если он единственный.

- B2. Укажите целое число, соседствующее справа с корнем уравнения

$$\log_6 \log_4 \log_{\frac{1}{3}}(4+x) = 0.$$

- B3. Найдите произведение корней уравнения

$$x^{2+\log_2 x} = 256$$

или корень, если он единственный.

Часть С

- C1. Решите уравнение
- $\log_{x-2}(2x^2 - 11x + 16) = 2$
- .

- C2. Решите уравнение
- $\log_4(4^{-x} + 3) = 1 + x$
- .

- C3. Решите уравнение
- $x^{2 \lg^3 x - 1,5 \lg x} = \sqrt{10}$
- .

Тема. Логарифмические уравнения**Вариант 5****Часть А**

- A1. Укажите сумму корней уравнения

$$\log_5(x^2 - 11x + 43) = 2$$

или корень, если он единственный.

- 1) 5; 2) 11; 3) 18; 4) 6.
- A2. Решите уравнение $\lg(x-4) - 2 = \lg 0,25$.
- 1) 21; 2) 25; 3) 17; 4) 29.
- A3. Укажите произведение корней уравнения
- $$\log_6(x+1) + \log_6(2x+1) = 1$$
- или корень, если он единственный.
- 1) -2; 2) 2; 3) -3; 4) 1.
- A4. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения $\log_2(x^2-3) = \log_2(3x-5)$.
- 1) (1;3); 2) (-1;2); 3) (-2;2); 4) (2;9).

Часть В

- B1. Найдите сумму корней уравнения

$$\lg(x-4) + \lg(x-19) = 3 - 2 \lg 2$$

или корень, если он единственный.

- B2. Укажите целое число, соседствующее справа с корнем уравнения

$$\log_4 \log_2 \log_{\sqrt{5}}(x+1) = \frac{1}{2}.$$

- B3. Найдите произведение корней уравнения

$$x^{\log_3 x - 2} = 27$$

или корень, если он единственный.

Часть С

- C1. Решите уравнение
- $\log_{2x-3}(5x^2 - 18x + 17) = 2$
- .

- C2. Решите уравнение
- $\log_6(5 + 6^{-x}) = x + 1$
- .

- C3. Решите уравнение
- $x^{4 \log_2^2 x - 5 \log_2 x} = 0,5$
- .

Тема. Логарифмические неравенства

Вариант 1

A1. Укажите наибольшее из данных чисел: $\log_4 25$, $\log_2 6$, $\log_{\frac{1}{2}} 7$, $\log_{16} 81$.

1) $\log_4 25$; 2) $\log_2 6$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} 7$; 4) $\log_{16} 81$.

A2. Решите неравенство $\log_2(x-3) < 4$.

1) $(-\infty; 3)$; 2) $(3; 19)$; 3) $(-\infty; 19)$; 4) $(3; 11)$.

A3. Укажите наименьшее целое решение неравенства $\log_3(5x-6) > \log_3 2 + 3$.

1) 12; 2) 10; 3) 13; 4) 23.

A4. Решите неравенство

$$\log_{0,5}(2x+1) \geq \log_{0,5}(x+3).$$

1) $[-\frac{1}{2}; 2]$; 2) $(-\infty; 2]$; 3) $(-\frac{1}{2}; 2]$; 4) $[2; +\infty)$.

Часть В

B1. Найдите сумму наименьшего целого положительного и наибольшего целого отрицательного решений неравенства $\log_{\frac{1}{6}}(x^2 - 3x + 2) < -1$.

B2. Решите неравенство $\log_{1,5} \frac{2x-8}{x-2} \leq 0$.

B3. Укажите наименьшее целое решение неравенства $\log_{\frac{1}{3}}(x+8) < \log_{\frac{1}{3}}(x^2+x-2)$.

Часть С

C1. Решите неравенство

$$\log_3(x+2) + \log_3(x-2) < \log_3(4x+1).$$

C2. Решите неравенство $\log_{x+1}(2x-5) > 1$.

C3. Решите неравенство

$$\frac{1}{1+\lg x} + \frac{1}{1-\lg x} \geq -2.$$

Тема. Логарифмические неравенства

Вариант 2

Часть А

A1. Укажите наибольшее из данных чисел: $\log_9 25$, $\log_3 8$, $\log_{\frac{1}{3}} 4$, $\log_{27} 8$.

1) $\log_9 25$; 2) $\log_3 8$; 3) $\log_{\frac{1}{3}} 4$; 4) $\log_{27} 8$.

A2. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(x+4) > -1$.

1) $(-\infty; -4)$; 2) $(-4; 1)$; 3) $(-\infty; -1)$; 4) $(-4; -1)$.

A3. Укажите наибольшее целое решение неравенства

$$\log_3(4-2x) - \log_3 2 > 2.$$

1) -8; 2) 6; 3) -6; 4) -7.

A4. Решите неравенство $\log_3(1-x) \leq \log_3(x+6)$.

1) $(-\infty; -2,5]$; 2) $[-2,5; +\infty)$; 3) $[-2,5; 1)$; 4) $(1; 2,5]$.

Часть В

B1. Найдите сумму наименьшего целого положительного и наибольшего целого отрицательного решений неравенства $\log_2(x^2 - 2x) > 3$.

B2. Решите неравенство

$$\log_{0,4} \frac{2x+4}{x-3} \geq 0.$$

B3. Укажите наименьшее целое решение неравенства $\log_3(x^2 + 10x + 24) > \log_3(6x + 36)$.

Часть С

C1. Решите неравенство

$$\log_{0,2}(4-x) > \log_{0,2} 2 - \log_{0,2}(x-1).$$

C2. Решите неравенство $\log_{2-x}(3x+2) < 1$.

C3. Решите неравенство

$$\frac{1}{\lg x} + \frac{1}{1-\lg x} \leq 1.$$

Тема. Логарифмические неравенства

Вариант 3

Часть А

A1. Укажите наибольшее из данных чисел: $\log_2 10$, $\log_8 27$, $\log_{\frac{1}{2}} 3$, $\log_4 25$.

1) $\log_2 10$; 2) $\log_8 27$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} 3$; 4) $\log_4 25$.

A2. Решите неравенство $\log_3(5+x) < 2$.

1) $(-\infty; -5)$; 2) $(-5; 4)$; 3) $(-\infty; 1)$; 4) $(4; 5)$.

A3. Укажите наименьшее целое решение неравенства $\log_2(7x-4) > 2 + \log_2 6$.

1) 4; 2) 5; 3) 6; 4) 3.

A4. Решите неравенство $\log_{0,6}(x-4) \geq \log_{0,6}(3x+1)$.

1) $[-2,5; 4)$; 2) $(4; +\infty)$; 3) $[2,5; 4]$; 4) $(-2,5; -\frac{1}{3})$.

Часть В

B1. Найдите сумму наименьшего целого положительного и наибольшего целого отрицательного решений неравенства $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 6) < -1$.

B2. Решите неравенство $\log_{1,4} \frac{x-7}{2x-5} \geq 0$.

B3. Укажите наименьшее целое решение неравенства $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x - 4) < \log_{\frac{1}{2}}(2x+2)$.

Часть С

C1. Решите неравенство

$$\log_2(x-6) + \log_2(x-8) < 3.$$

C2. Решите неравенство $\log_{3+x}(4-3x) > 1$.

C3. Решите неравенство

$$\frac{1}{4+\lg x} + \frac{2}{2-\lg x} \geq 1.$$

Тема. Логарифмические неравенства

Вариант 4

Часть А

- A1.** Укажите наибольшее из данных чисел: $\log_{25} 4$, $\log_5 4$, $\log_{\frac{1}{5}} 6$, $\log_{125} 27$.
- 1) $\log_{25} 4$; 2) $\log_5 4$; 3) $\log_{\frac{1}{5}} 6$; 4) $\log_{125} 27$.
- A2.** Решите неравенство $\log_{0,5}(x-3) < -3$.
- 1) $(-\infty; 3)$; 2) $(11; +\infty)$; 3) $(-\infty; 11)$; 4) $(3; 11)$.
- A3.** Укажите наибольшее целое решение неравенства $\log_2(4-2x) - 1 > \log_2 5$.
- 1) -2 ; 2) -3 ; 3) -4 ; 4) -1 .
- A4.** Решите неравенство $\log_2(3x-4) \leq \log_2(4-x)$.
- 1) $[2; 4]$; 2) $(\frac{1}{3}; 4]$; 3) $(\frac{1}{3}; 2]$; 4) $(-\infty; -2]$.

Часть В

- B1.** Найдите сумму наименьшего целого положительного и наибольшего целого отрицательного решений неравенства $\log_2(x^2 - x - 2) > 2$.
- B2.** Решите неравенство
- $$\log_{0,5} \frac{2x-4}{x+1} \geq 0.$$
- B3.** Укажите наименьшее целое решение неравенства $\log_2(x^2 + 8x - 9) > \log_2(4x - 9)$.

Часть С

- C1.** Решите неравенство
- $$\log_{0,3}(x-2) > \log_{0,3} 5 - \log_{0,3}(x+2).$$
- C2.** Решите неравенство $\log_{1-x}(4x+2) < 1$.
- C3.** Решите неравенство $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} \leq 1$.

Тема. Логарифмические неравенства

Вариант 5

Часть А

- A1.** Укажите наибольшее из данных чисел: $\log_{\sqrt{6}} 3$, $\log_6 5$, $\log_{\frac{1}{6}} 0,1$, $\log_{36} 49$.
- 1) $\log_{\sqrt{6}} 3$; 2) $\log_6 5$; 3) $\log_{\frac{1}{6}} 0,1$; 4) $\log_{36} 49$.
- A2.** Решите неравенство $\log_{0,2}(2x+5) > -2$.
- 1) $(-\infty; -2,5)$; 2) $(-2,5; 10)$; 3) $(-\infty; 10)$; 4) $(0; 10)$.
- A3.** Укажите наименьшее целое решение неравенства $\lg(x-3) + 2\lg 5 > 3 - 0,5\lg 4$.
- 1) 12; 2) 24; 3) 13; 4) 23.
- A4.** Решите неравенство $\log_{0,1}(1-8x) \geq \log_{0,1}(2x+5)$.
- 1) $(-2,5; -0,4]$; 2) $[-0,4; 0,125]$;
3) $[-0,4; 0,125)$; 4) $[-0,4; +\infty)$.

Часть В

- B1.** Найдите сумму наименьшего целого положительного и наибольшего целого отрицательного решений неравенства $\log_2(x^2 - 13x + 30) > 3$.
- B2.** Решите неравенство
- $$\log_{0,(3)} \frac{2-3x}{x} \geq -2.$$
- B3.** Укажите количество целых решений неравенства $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - x - 2) > \log_{\frac{1}{5}}(3 - x^2 + 2x)$.

Часть С

- C1.** Решите неравенство
- $$\log_{0,5}(x-0,5) \geq 1 - \log_{0,5}(x-1).$$
- C2.** Решите неравенство $\log_{3x}(6+2x-x^2) > 1$.
- C3.** Решите неравенство $\frac{\lg^2 x + \lg x - 3}{2\lg x - 1} < 1$.

Ответы

Тема. Логарифмические уравнения

Тема. Логарифмические неравенства

Вариант	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	C1	C2	C3
1	3	4	2	4	3	4	0,1	4	2	$10^{-\frac{2}{3}}$; $10^{\frac{2}{3}}$; 0,1; 10
2	1	2	4	3	8	-1	10	0,5	0	$10^{\frac{\sqrt{2}}{4}}$; $10^{\frac{\sqrt{2}}{4}}$; 0,01; 100
3	2	3	4	3	1,5	3	100	5	3	$10^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$; $10^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$; 0,1; 10
4	4	1	2	1	1	-3	0,25	4	0	0,1; 10
5	2	4	4	1	29	25	9	4	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{2}$; $\frac{1}{2}$; 2

Вариант	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	C1	C2	C3
1	2	2	3	3	3	(4;6]	-3	(2;5)	(6; +∞)	$(0; 10^{-\sqrt{2}}] \cup$ $\cup (0,1; 10) \cup$ $\cup [10^{\sqrt{2}}; +\infty)$
2	2	4	1	3	2	[-7; -2)	3	(1;2) ∪ ∪ (3;4)	$(-\frac{2}{3}; 0) \cup$ ∪ (1;2)	(0;1) ∪ (10; +∞)
3	1	2	2	2	4	[-2; 2,5)	7	(8;10)	(-2; 0,25)	(0,0001; 0,01] ∪ ∪ [0,1; 100)
4	2	2	3	3	1	(2;5]	3	(2;3)	(-0,5; -0,2) ∪ ∪ (0;1)	(0;0,1) ∪ ∪ [100; 1000] ∪ ∪ (10^9; +∞)
5	3	2	2	3	11	$[\frac{1}{6}; \frac{2}{3})$	0	(1;1,5]	$(\frac{1}{3}; 2)$	(0;0,1) ∪ ∪ (√10; 100)