ЯЗЫК ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Ю. П. Минаев, Н. И. Тихонская

Изучая физику, школьники решают значительное количество тренировочных заданий. Это позволяет им закрепить в памяти теоретический материал, выработать навыки применения полученных знаний в некоторых стандартных ситуациях. Для многих такими тренировочными задачами физическое образование, собственно, и заканчивается. Все другие задачи признаются «нестандартными», «олимпиадными» или, по крайней мере, «повышенной сложности», решать которые дано не всем.

Эта пассивная установка расслабляет основную массу учеников, не дает развиваться их умственным способностям, ориентирует только на заучивание алгоритмов решения типичных задач. Поэтому и не удивительно, что очень мало тех, кто не боится так называемых нестандартных задач. В этой статье хотелось бы обратить внимание на специфический язык физических задач, знание которого позволяет перевести довольно большой класс этих заданий из разряда «нестандартных» в разряд «стандартных», тем самым хотя бы частично избавив школьников от страха перед ними. При этом прежде всего идет речь о задачах, решение которых не требует знания каких-то особых приемов, однако в значительной степени опирается на понимание смысла и предназначения ключевых слов в условии задачи.

Опыт показывает, что многие ученики, воспроизводя условия задачи, нередко отлично запоминают довольно несущественные числовые значения величин, но в то же время пропускают слова, без учета которых задачу решить просто невозможно. Особенно часто это случается, если последние принадлежат к общеупотребимым и поэтому не привлекают внимания. Иногда ситуация усложняется еще и тем, что некоторые слова автор учебника лишь имеет в виду, но непосредственно в условии их не употребляет. Например, во многих задачах, если не сказано противоположного, нитки, связывающие тела, следует считать легкими и нерастяжимыми, стержни — жесткими, блоки — невесомыми и не подпадающими под действие силы трения.

Обучать языку физических задач проще всего на конкретных примерах. Необходимо продемонстрировать, обратившись к ряду задач, что они становятся простыми после разбора значений ключевых слов и получения уравнений, которые за ними стоят.

Затем следует дать ученикам возможность самостоятельно попробовать найти уравнения, которых не хватало для решения задачи, обращая их внимание на ключевые слова в условии и задавая вопросы наподобие:

- Что можно сказать о потенциале металлических шаров, если известно, что их соединили проводником? Почему важно, что проводник тонкий?
- Какой вывод можно сделать из того, что источник напряжения остался подключенным? Будет ли изменяться заряд на конденсаторе? Изменится ли напряжение на нем?
- Какие ограничения в скорости концов стержня обусловливает то обстоятельство, что его длина не меняется? Что можно сказать о проекции скоростей его концов на ось, направленную вдоль стержня?
- Какие силы действуют на тело, если известно, что оно оторвалось от поверхности полусферы? Какое ускорение они сообщают телу? Как найти нормальную составляющую этого ускорения, если известны скорость тела и радиус полусферы?

Следует обратить внимание на то, что некоторые слова в разных задачах влекут за собой разные уравнения. Так, в одном случае прилагательное «гладкий» позволяет использовать закон сохранения энергии, в другом — указывать направление действия силы, в третьем — направление скорости после столкновения. Слово «неупругий» не всегда означает, что тела движутся после столкновения вместе или что нельзя записать закон сохранения энергии. С другой стороны, не всегда можно записать закон сохранения энергии и когда удар упругий.

Приведем конкретные примеры.

ЗАДАЧА 1

Тяжелый куб массой M находится на поверхности гладкого горизонтального стола. Грузик массой m касается его боковой поверхности, свисающий конец нитки расположен вертикально (рис. 1).

Изначально систему удерживают, грузик висит на высоте h над столом. Найти скорость куба перед ударом грузика о стол после того, как систему отпустили.

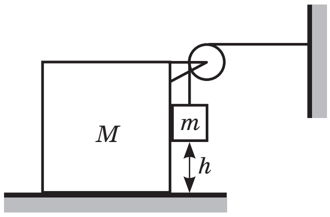


Рис. 1

Решение. Поскольку куб тяжелый, он не будет переворачиваться во время движения системы. Условие касания грузиком боковой поверхности куба означает, что горизонтальная составляющая скорости грузика будет равна скорости куба. Подразумевается, что нитка является нерастяжимой, несмотря на отсутствие этой характеристики в условии задачи. Следовательно, скорость сокращения горизонтальной части нитки равна скорости удлинения ее вертикальной части. Это означает, что одинаковыми будут вертикальная и горизонтальная составляющие скорости грузика.

Обозначим искомую скорость куба перед ударом грузика о стол через v. Тогда, учитывая проведенный анализ ключевых слов и используя теорему Пифагора, мы понимает, что скорость грузика в этот момент будет $\sqrt{2}v$, поскольку она состоит из горизонтальной и вертикальной составляющих, каждая из которых равна v.

В условии сказано, что поверхность стола гладкая, значит, подразумевается отсутствие трения в блоке, а также между грузиком и кубом. Таким образом, потери энергии отсутствуют, поэтому можно применить закон сохранения энергии:

$$mgh = mv^2 + \frac{Mv^2}{2},$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{2m+M}}.$$

Как видим, разбор ключевых слов сделал задачу подходящей даже для устного решения.

ЗАДАЧА 2

Гладкий неупругий шарик из мягкого свинца наталкивается на такой же шарик, находящийся в состоянии покоя. Скорость первого шарика в момент удара направлена под углом α к линии центров шариков. Под каким углом разлетятся шарики после удара?

Решение. Если ориентироваться на решение предыдущей задачи, то нужно было бы записать закон сохранения энергии, поскольку шарики гладкие. Но в условии также указывается, что они неупругие. Оказывается, что в одной задаче ключевые слова противоречат друг другу! Что делать? Необходимо понять, что не всегда можно записать закон сохранения энергии, лишь увидев в условии задачи слово «гладкий». Следует подумать, какую информацию мы можем получить из этого слова в конкретной задаче. Рассмотрим детальнее характер взаимодействия между шариками в момент удара. Разложим силу, действовавшую на шарик, который изначально находился в состоянии покоя, со стороны налетавшего шарика, на нормальную составляющую (перпендикулярную плоскости касания) и силу трения. Однако последняя отсутствует вследствие того, что шарики гладкие, а значит, они взаимодействуют только по линии, проходящей через их центры. Отсюда делаем вывод: шарик, изначально находившийся в состоянии покоя, будет двигаться вдоль оси X (рис. 2), которая проходит через центры шариков в момент их столкновения, а налетающий шарик сохранит свою проекцию скорости на ось Y, которая перпендикулярна оси X.

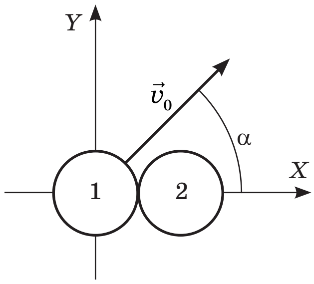


Рис. 2

Таким образом, как следствие того, что шарики гладкие, мы узнали Y-вые проекции скоростей шариков после удара:

$$v_{1y} = v_0 \sin\alpha, \quad v_{2y} = 0.$$

Тут индекс «1» введен для налетающего шарика, а «2» — для шарика, изначально находившегося в состоянии покоя. Начальная скорость налетающего шарика обозначена как v_0. Что же будет с X-ми проекциями скоростей? Разобраться в этом нам поможет ключевое слово «неупругий», а также указание на то, что шарики одинаковы по своим характеристикам. Пока у налетающего шарика X-вая компонента скорости будет больше, чем у находящегося в состоянии покоя до удара, он будет толкать последний. Во время выравнивания X-вых компонент скоростей неупругих шариков максимальная деформация, которую они испытывают, не будет в дальнейшем уменьшаться, как это было при упругом ударе. Значит, проекции скоростей на ось X у обоих шариков после неупругого удара будут одинаковыми:

$$v_{1x} = v_{2x}.$$

Если шарик, находившийся в состоянии покоя, такой же, как и налетающий, то их массы одинаковы. Используя закон сохранения импульса в проекции на ось X, сразу получим X-вые проекции скоростей обоих шариков:

$$v_{1x} = v_{2x} = \frac{v_0 \cos\alpha}{2}.$$

Поскольку второй шарик после удара полетит вдоль оси X, то искомый угол разлета — это тот угол, который образует с осью X скорость первого шарика после удара. Обозначим этот угол через β. Тогда

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = 2\,\mathrm{tg}\,\alpha,$$

или в окончательном варианте:

$$\beta = \mathrm{arctg}(2\,\mathrm{tg}\,\alpha).$$

В приведенном решении подразумевается, что время удара настолько мало, что шарики не успевают ощутимо переместиться по отношению друг к другу. Это и позволило нам считать, что направление сил, которые действуют на каждый из шариков, не изменяется за время удара (взаимодействие происходит по оси X).

Рассмотрим случай, когда можно записать закон сохранения механической энергии, несмотря на то, что удар неупругий.

ЗАДАЧА 3

На пружине, имеющей жесткость k, неподвижно висит очень легкая чашка. На чашку с высоты h падает без начальной скорости пластилиновый шарик массой m (рис. 3). Определите амплитуду A возникающих колебаний.

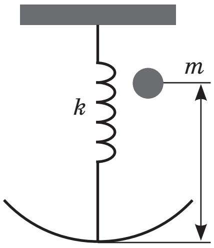


Рис. 3

Решение. Поскольку чашка очень легкая, можно сделать вывод, что скорость чашки с шариком непосредственно после удара практически равна скорости шарика в момент удара. Таким образом, несмотря на то, что удар шарика о чашку неупругий (шарик пластилиновый), можно воспользоваться законом сохранения энергии, который удобно записать так:

$$\frac{k}{2}(x_0 + A)^2 = mg(h + x_0 + A).$$

В левой части уравнения записана потенциальная энергия пружины при максимальном растяжении. В этот момент кинетическая энергия шарика равна нулю, а его потенциальная энергия в поле тяготения уменьшится по сравнению с начальной на величину, которая стоит в правой части уравнения.

Максимальное растяжение пружины вычисляется как сумма двух слагаемых: x_0 (расстояние между исходным положением чашки и новым положением равновесия) и A (искомая амплитуда колебаний). Величина x_0 определяется достаточно легко:

$$x_0 = \frac{mg}{k}.$$

После раскрытия скобок линейные по A слагаемые сокращаются. Учитывая, что, по определению, амплитуда является величиной неотрицательной, окончательно получим:

$$A = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{2mgh}{k}}.$$

Рассмотрим еще одну задачу, в которой, наоборот, удар упругий, но механическая энергия не сохраняется.

ЗАДАЧА 4

Пластина налетает на такую же неподвижную пластину. Плоскости пластин параллельны. Коэффициент трения между поверхностями пластин — μ. Скорость налетающей пластины в момент удара образует угол α с нормалью к ее поверхности (рис. 4). Под каким углом разлетятся пластины после упругого удара?

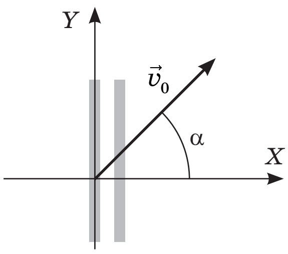


Рис. 4

Решение. Несмотря на то, что удар пластин упругий, мы не можем воспользоваться законом сохранения энергии. Это связано с тем, что поверхности пластин шершавые и часть кинетической энергии при их взаимодействии переходит во внутреннюю энергию. Что же в данном случае означает прилагательное «упругий»? Чтобы ответить на этот вопрос, упростим задачу, приняв $\alpha = 0$. В этом отдельном случае потерь суммарной кинетической энергии не будет, поскольку отсутствует скольжение пластин относительно друг друга с выделением тепла. То есть мы переходим к общеизвестной задаче об упругом лобовом столкновении двух одинаковых частиц, одна из которых изначально пребывала в состоянии покоя. При таком столкновении налетающая частица останавливается, а та, что сначала находилась в состоянии покоя, летит со скоростью, которая была у первой. Нетрудно заметить, что такой ответ удовлетворяет и закону сохранения энергии, и закону сохранения импульса: налетающая частица полностью передает свою энергию и импульс частице, которая изначально находилась в состоянии покоя.

Возвращаясь к нашей задаче, можем понять, что относительное скольжение пластин не влияет на нормальные составляющие их сил взаимодействия. Значит, нормальные составляющие скоростей будут изменяться, как и в случае $\alpha = 0$, то есть пластины «обмениваются» скоростями. Следовательно, после удара получим:

$$v_{1x} = 0\,,\ v_{2x} = v_0 \cos\alpha\,.$$

Здесь обозначения аналогичны тем, которые были введены при решении второй задачи (рис. 2).

Что же касается тангенциальных составляющих сил взаимодействия (то есть сил трения), то они в значительной степени зависят от нормальных: $F_{\text{трения}} = \mu N$, если есть относительное скольжение, и $F_{\text{трения}} = 0$, если скольжения нет.

Здесь N, как обычно принято, обозначает нормальную составляющую. Рассмотрим сначала случай, когда скольжение не прекращается в течение всего времени удара. Тогда изменение X-вых составляющих импульсов будет равно с точностью до знака изменению X-вых составляющих, умноженному на коэффициент трения μ. Это непосредственно вытекает из того, что скорость изменения импульса равна силе (второй закон Ньютона), и того, что $F_{\text{трения}} = \mu N$.

Таким образом, с учетом направления сил трения и равенства масс имеем:

$$v_{1y} = v_0 \sin\alpha - \mu v_0 \cos\alpha\,;$$

$$v_{2y} = \mu v_0 \cos\alpha\,.$$

Первое слагаемое в правой части первой формулы — значение Y-вой составляющей первой пластины до удара, а второе связано с импульсом силы трения. В правой части второй формулы есть только одно слагаемое, поскольку начальная скорость второй пластины равна нулю.

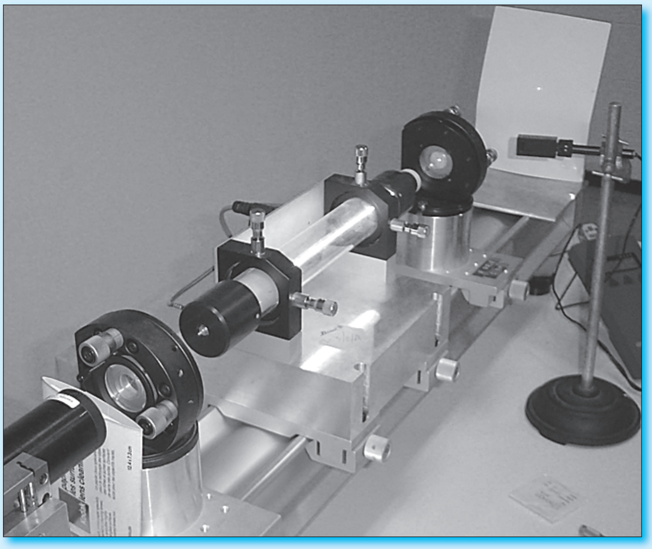
Конечно, эти формулы можно вывести, если допустить, что $F_{\text{трения}} = \mu N$, а значит, существует относительное движение. Понятно, что для этого должно выполняться условие $v_{1y} \geq v_{2y}$, поскольку первая пластина может за счет трения увеличивать Y-вую составляющую второй только в том случае, если ее собственная Y-вая составляющая больше. Отсюда следует ограничение на применение формул, полученных для Y-вых проекций скоростей пластин после удара:

$$v_0 \sin\alpha - \mu v_0 \cos\alpha \geq \mu v_0 \cos\alpha\,,$$

НОВОСТИ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СПОСОБ БЕЗУПРЕЧНОГО КОПИРОВАНИЯ ЛЮБОЙ КАРТИНЫ С ПОМОЩЬЮ ЛАЗЕРА ИЗОБРЕЛИ РОССИЙСКИЕ ФИЗИКИ

Теперь даже «Мона Лиза» может быть воспроизведена в миллионах экземпляров, которые невозможно будет отличить от подлинника. Добиться этого поможет разработанная сотрудниками Физического института им. П. Н. Лебедева РАН (ФИАН) новая технология прямого лазерного переноса вещества с помощью видимого света. Работой устройства можно будет управлять с помощью компьютера.



или

$$\operatorname{tg}\alpha \geq 2\mu .$$

В другом случае $(\operatorname{tg}\alpha < 2\mu)$ Y-вые составляющие сравняются до завершения удара, и сила трения «выключится» (будет равна нулю). Из закона сохранения импульса по оси Y с учетом равенства масс пластин получим:

$$v_{1y} = v_{2y} = \frac{1}{2} v_0 \sin\alpha .$$

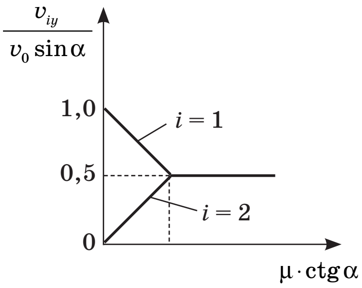


Рис. 5

Для наглядности полученные результаты, касающиеся Y-вых проекций скоростей пластин после удара, представлены на рис. 5. Искомый угол разлета пластин (обозначим его φ) — это угол между скоростью второй пластины и осью Y, поскольку скорость первой пластины после удара не имеет X-вой составляющей. Значит,

$$\operatorname{ctg}\varphi = \frac{v_{2y}}{v_{2x}} ,$$

или окончательно:

$$\varphi = \begin{cases} \operatorname{arcctg}\mu, \text{ если } \mu \leq \frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha, \\ \operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha\right), \text{ если } \mu > \frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha. \end{cases}$$

Когда ученики смогут в целом самостоятельно решить задачи предлагаемого уровня, контролировать осознанность их действий можно с помощью вопросов наподобие:

- Где в вашем решении используется тот факт, что работа максимальна?
- Существенно ли то, что нитка невесома?
- Какое уравнение в вашем решении опирается на то, что столкновение было упругим?
- Какое ключевое слово в условии задачи дает нам право считать скорости электрона и возбужденного атома одинаковыми?

Такие вопросы помогают ученикам глубже осознать не только алгоритм решения конкретной задачи, но и общие подходы к решению так называемых «нестандартных» задач.

Обратим внимание на то обстоятельство, что приведенные нами решения известных задач достаточно объемны. Вероятно, именно это и заставляет авторов методических пособий по решению физических задач не касаться темы, обсуждавшейся в нашей статье.

Действительно, не будет ли больше пользы, если написать решения не четырех, а, по крайней мере, двадцати (если не сорока) задач?

Однако наши наблюдения за работой школьников и студентов, знакомящихся с решениями физических задач по таким пособиям, доказали, что в большинстве случаев происходит примитивное механическое заучивание готовых решений. После этого учащиеся способны, в лучшем случае, воссоздать эти решения, если момент воспроизведения не очень отдален во времени от момента заучивания.

Объяснить же, почему при решении задачи следует писать именно такие уравнения, а не другие, могут лишь наиболее способные из них. Кстати, именно одаренные школьники и студенты задают много вопросов по поводу готовых решений, поскольку далеко не все могут проследить за логикой их авторов.

А самые добросовестные из остальных учеников даже и не стремятся этого делать, они просто заучивают решения, как и любой учебный текст, с которым им приходится столкнуться.

В ходе наблюдений мы пришли к выводу, что отсроченное воспроизведение решений задач лучше происходит у тех, кто углублялся во все тонкости условия, понимая, какие слова в нем являются ключевыми и какие уравнения из них вытекают. Что же касается решения неизвестных задач, то контраст между учениками, придерживающимися разных стратегий при знакомстве с готовыми решениями, еще больше.

Таким образом, заучивание готовых решений, написанных очень сжато, конспективно, далеко не для всех является полезным.

Поэтому наряду с традиционными сборниками задач, в которых даются короткие решения, необходимо составлять пособия, специально ориентированные на последовательное обучение приемам поиска решений. В частности, нужно помочь ученикам овладеть языком физических задач и научить их видеть за ключевыми словами условия соответствующие уравнения, необходимые для решения.