ОБ ОДНОМ ИЗ СПОСОБОВ УПРОЩЕНИЯ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ПО КИНЕМАТИКЕ

И. В. Дубенский

Всем телам, независимо от их состава, одно и то же гравитационное поле в данной точке сообщает одинаковое ускорение. Можно ввести систему отсчета, которая свободно падает в таком однородном гравитационном поле. На явления, которые будут протекать в такой системе отсчета, наличие этого однородного гравитационного поля никак не повлияет. Здесь все происходит точно так же, как и в кабине космического корабля, свободно движущегося в космическом пространстве (см. учебник Сивухина Д. В. «Общий курс физики», том. 1, с. 66). Таким образом, выбор системы отсчета в кинематике не является существенным, чего нельзя сказать о динамике.

Выбор системы отсчета, связанной со свободно падающим телом, часто значительно упрощает решение многих кинематических задач. Рассмотрим это заключение на конкретных примерах.

ЗАДАЧА № 1

Из точки B, находящейся на высоте H, свободно падает тело. Одновременно из точки A, расположенной на расстоянии L от точки O, под углом φ к горизонту бросают другое тело. Определить угол φ и величину скорости, с которой бросили тело, если оба тела встретятся в точке C, для которой выполняется равенство $BC = OC$.

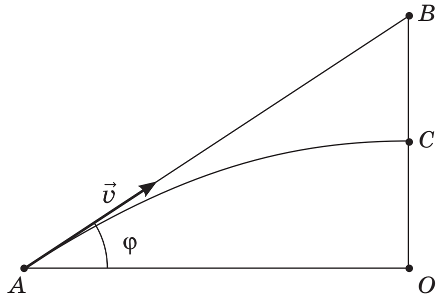
Дано	
$OB = H$ $AO = L$	
$\varphi - ?$ $v - ?$	

Решение

Рассмотрим движение тел в системе отсчета, связанной с телом B. В этой системе отсчета тело B находится в состоянии покоя, а тело A движется равномерно и прямолинейно со скоростью v в направлении точки B (иначе тела не встретятся).

Поэтому $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{H}{L}$; $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{H}{L}$. Время встречи определим как время падения с высоты $BC = \dfrac{H}{2}$.

$$\frac{H}{2} = \frac{gt^2}{2};\ t = \sqrt{\frac{H}{g}}.$$



Скорость $v = \dfrac{AB}{t}$; $AB = \sqrt{v^2 + L^2}$;

$$v = \sqrt{\frac{H^2 + L^2}{H} g}.$$

Ответ: $v = \sqrt{\dfrac{H^2 + L^2}{H} g}$.

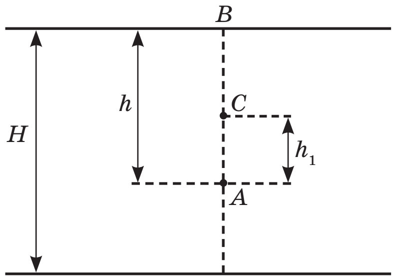
ЗАДАЧА № 2

Тело, находящееся в точке B на высоте 45 м над уровнем Земли, начинает свободно падать. Одновременно из точки A, находящейся на расстоянии $h = 21$ м ниже точки B, бросают вертикально вверх другое тело. Определить начальную скорость второго тела, если известно, что оба тела упадут на Землю одновременно. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано
$H = 45$ м $h = 21$ м
$v_0 - ?$

I способ решения

При условии одновременного падения тел получим $t_1 = t_2 + t_3$ (1), где t_1 — время падения первого тела, t_2 — время подъема второго тела в точку C, t_3 — время падения второго тела из точки C на Землю.



$$t_1=\sqrt{\frac{2H}{g}};\ t_2=\frac{v_0}{g};\ t_3=\sqrt{\frac{2(H-h+h_1)}{g}},\ \text{где}\ h_1=\frac{v_0^2}{2g}.$$

Подставляя t_1 t_2 и t_3 в уравнение (1), получим:

$$\sqrt{\frac{2H}{g}}=\frac{v_0}{g}+\sqrt{\frac{v_0^2}{g^2}+\frac{2(H-h)}{g}},$$

или $$\sqrt{\frac{2H}{g}}-\frac{v_0}{g}=\sqrt{\frac{v_0^2}{g^2}+\frac{2(H-h)}{g}} \qquad (2).$$

Возводим обе части равенства (2) в квадрат:

$$\frac{2H}{g}-2\sqrt{\frac{2H}{g}}\cdot\frac{v_0}{g}+\frac{v_0^2}{g^2}=\frac{v_0^2}{g^2}+\frac{2(H-h)}{g};$$

$$2H-2v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}=2(H-h);$$

$$v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}=-(H-h)+H;\qquad v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}h;\ v_0=h\sqrt{\frac{g}{2H}};$$

$$v_0\approx 6{,}9\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

II способ решения

Рассмотрим движение тел в системе отсчета, связанной с телом B. Это тело в выбранной системе отсчета находится в состоянии покоя, а тело A движется к нему со скоростью v_0, преодолевая расстояние $AB=h$. Тогда $v_0=\frac{h}{t}$.

Поскольку тела достигают Земли одновременно, это и является их моментом встречи, а время t — время падения тела B с высоты H.

$$t=\sqrt{\frac{2H}{g}};\ \text{тогда}\ v_0=h\sqrt{\frac{g}{2H}};\ v_0\approx 6{,}9\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

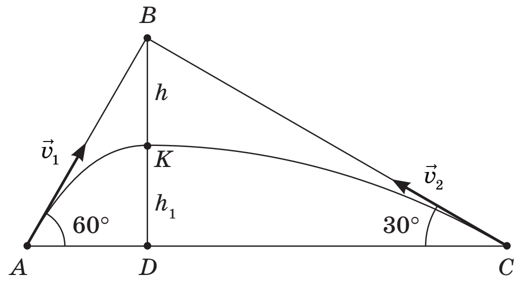
ЗАДАЧА № 3

Две пушки стреляют навстречу друг другу: первая под углом 60° к горизонту, вторая — под углом 30° к горизонту. Скорость снаряда первой пушки — 600 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Расстояние между пушками — 6000 м. Какую скорость должен иметь второй снаряд, чтобы эти снаряды столкнулись? На какой высоте они столкнутся?

$AC=L=6000$ м $BD=H$ $BK=h$ $v_1=600\frac{\text{м}}{\text{с}}$
$v_2-?$ $h_1-?$

Решение

Рассмотрим движение первого снаряда в системе отсчета, связанной со вторым снарядом. В этой системе отсчета первый снаряд движется ко второму по прямой AC (необходимое условие их столкновения).



$AB=L\cos 60°=\frac{L}{2}$; время до столкновения $t=\frac{AB}{v_1}=\frac{L}{2v_1}$.

Скорость первого снаряда в системе отсчета, связанной со вторым снарядом, равна:

$$v=\sqrt{v_1^2+v_2^2}.$$

Тогда во время столкновения $t=\frac{AC}{v}=\frac{L}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$, откуда $\frac{L}{2v_1}=\frac{L}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$;

$$2v_1=\sqrt{v_1^2+v_2^2};$$

$$4v_1^2=v_1^2+v_2^2;$$

$$v_2^2=3v_1^2;$$

$$v_2=v_1\sqrt{3};$$

$$v_2=600\sqrt{3}\approx 1039\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right);$$

$$t=\frac{L}{2v_1}=\frac{6000}{2\cdot 600}=5(\text{с}).$$

Система отсчета, находящаяся в это время в состоянии свободного падения, переместится на расстояние:

$$h=\frac{gt^2}{2};\ h=\frac{9{,}8\cdot 5^2}{2}=122{,}5(\text{м});$$

$$H=AB\cdot\sin 60°=\frac{L}{2}\cdot\sin 60°=2598{,}1(\text{м}).$$

Тогда $h_1=H-h=2598{,}1-122{,}5=2475{,}6(\text{м})$.

Следовательно, систему отсчета, находящуюся в состоянии свободного падения, можно и вполне целесообразно использовать при решении отдельных задач по кинематике.

Литература

1. *Гончаренко С. У.* Конкурсные задачи по физике. — К. : Техника, 1970. — 460 с.
2. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. — М. : Наука, 1977. — Т. 1. — 486 с.